

پاشخ شری سوالات ریاضی / هندسه / (نوبت اول) سال ۱۳۹۴ / علی محمد علی

$$\textcircled{1} \quad \text{مساحت دایره} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} x \rightarrow \text{مساحت دایره} = \pi r^2$$

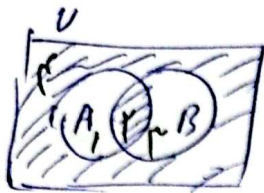
$$\rightarrow S = \pi \times \left( \frac{x^2}{2\pi} \right) = \frac{x^2}{2}$$

$$\text{مساحت کل دایره} : S_{\text{کل}} + 2S = x^2 + \underbrace{2 \left( \frac{1}{2} \times \frac{x}{\sqrt{2}} \times \frac{x}{\sqrt{2}} \right)}_{\frac{x^2}{2}}$$

$$\text{از طرف : } S_{\text{کل}} + S_{\text{دایره}} = 16 \Rightarrow x^2 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{2} = 16$$

$$\rightarrow x^2 + x^2 = 16 \rightarrow x^2 = 8 \xrightarrow{\text{جذر گرفتن}} (x = 2\sqrt{2})$$

$$\text{مساحت دایره} = 2\pi r = 2\pi \times \left( \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \right) = \frac{4\pi}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{2\sqrt{2}\pi}} \quad \textcircled{2}$$



تکمیل شده  $\{5, 6\}$

②: باید زیر این آنتی بکشم که حاصل ۲، ۴، ۶ باشد:

$$\{1, 2, 3\}' = \{4\} \quad \times$$

$$\{1, 2, 3\} \rightarrow ((A \cup B)')' = A \cup B = \{1, 2, 3\} \quad \times$$

$$\{1, 2\} \cup \{6, 4\} \cap (\{5, 6\} \cup \{2, 3\}) = \{2, 4\} \quad \checkmark$$

$$\{1, 2, 4\} \cap \{2, 3, 5\}$$

$$(\{5, 6\} \cup \{1, 4\}) \cup (\{1, 2\} \cap \{2, 3\}) = \{1, 2, 4, 5, 6\} \quad \times$$

$$\{1, 2, 4\} \cup \{2\}$$

③: اگر ضرب ۵، اشتباه است: ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ...

دوران عدد برابر ۱۰ و ۱۵ باشند، آنه داریم:

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{15} = \frac{15}{1 \times 15} = \frac{16}{15} = \frac{1}{15/16}$$

بماند ۱۵، یعنی ۱۵، آن در عدد ۱۰ و ۱۵ هستند از طرف جمع این دو عدد ۱۵ برابر ۱۵ است یعنی:

$$a = 1 + 15 = 16$$

$$a / \text{جمع اعداد} = 1 + 15 = 16 \quad \checkmark$$

$$f(x) = x^2 - 2$$

: ④

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(\sqrt{c}) = 1(c) - 2 = d$$

$$\Rightarrow d + \frac{d}{1} = \frac{1}{1}d$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{c}}\right) = 1\left(\frac{1}{c}\right) - 2 = \frac{1}{c} - 2 = \frac{d}{c}$$

⑤ : در تابع معکوس، دامنه برابر بردار است. معنی :

$$-1 = 1 - 2a^2 \rightarrow 2a^2 = 2 \rightarrow a^2 = 1 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$$

if  $a = 1 \rightarrow f = \{(-1, -1), (1-2b, 1+b), (1+2b, 1+b^2-1)\}$

$$1-2b = 1+b \rightarrow 2b = -2 \rightarrow b = -1 \quad (-2, 0)$$

این یک تابع معکوس نیست پس باید گفت که  $a$  قابل قبول برابر  $-1$  است. قابل قبول  $b$  است :

$$f = \{(-1, -1), (1-2b, -1+b), (-1+2b, 1+b^2+1)\}$$

$$1-2b = -1+b \rightarrow 2b = 2 \rightarrow b = 1 \quad (2, 2) \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \rightarrow b - a = 1 - (-1) = 2 \quad \checkmark$$



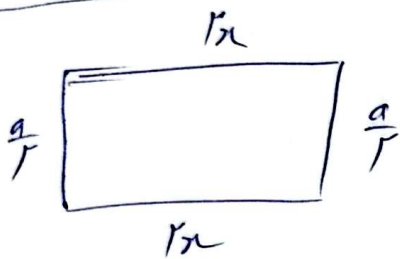
④: چون  $B$  تک عضو است، پس باید  $R_f$  هم تک عضو باشد. پس توان گفت که  $f$  یک تابع ثابت است. از طرف دیگر اگر  $f$  در مجموعه  $A$  و  $B$ ، حداقل یک عضو داشته باشد. پس اگر  $a$  عضوی از مجموعه باشد،  $a$  هم تک عضو است. مجموعه  $B$  خواص دارد:  $R_f = B = \{a\}$ . در نتیجه  $f(a) = a$  و  $f(x) = a$  خواص دارد.

$$\rightarrow a = \frac{a}{a} - a \rightarrow a = 1 - a \rightarrow 2a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

باید به تکلیف نگاه داشت  $f(\frac{1}{a})$ ، نتیجه شدیم  $\frac{1}{a}$  هم عضو دامنه  $f$  یا همان  $A$  باشد. پس:

$$\frac{1}{a} \in A \xrightarrow{a=\frac{1}{2}} f(\frac{1}{a}) = \frac{1}{2} \in A \quad \checkmark$$

⑤:



$$\rightarrow 2(\frac{a}{x}) + 2(x) = 100 \rightarrow \boxed{a + 2x = 100}$$

$$S_{\text{مربع}} = 2x \cdot \frac{a}{x} = ax = a(100 - 2x)$$

$$\rightarrow -2x^2 + 100x \rightarrow \begin{cases} x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{-2} = 50 \end{cases} \quad (\text{طول یک ضلع})$$

⑥: هزینه بازار میوه را می توانیم به کمک معادلات خطی و خطی:

$$100 \times a = 41500 \text{ د.ت.} \rightarrow a = 415$$

حال برای بدست آوردن هزینه سوال که می خاست هزینه کل برقی معین است، باید مجموع مساحت ۲ مستطیل را بدست آوریم:

$$\text{هزینه کل} = (100 \times 514) + (100 \times 415) + (100 \times 1311)$$

$$= 51400 + 41500 + 131100 = 224000 \text{ د.ت.}$$

⑨ : مساحت جانب (دایره) را حساب می‌کنیم:

$$S = \pi r^2 = \pi \left( \frac{r}{\sqrt{\pi}} \right)^2 = \pi \times \frac{r^2}{\pi} = r^2$$

متغیر مهم مانده مساحت دایره است که کم است. پس سه‌گانه مرتب باید به شکل  $(a, b, c)$  باشند.

مقادیر زیر را قابل مشاهده است.

۴۵۲

$$x = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 = 1$$

⑩ و ابتدا حل در  $\frac{1}{x}$  را می‌کنیم که عبارت  $(x-5)$  را داریم و به دست می‌آوریم و طرف

قسمت می‌کنیم.

⑪ : زبان تریب سرعها کادست است که مقدار درست

و مثال کادست با تندی

$$r \Rightarrow (q \vee \sim p)$$

خبر

درست

$$\rightarrow \begin{cases} r = \text{درست} \\ q \vee \sim p = \text{نادرست} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \text{درست} & p = \text{درست} \quad \times \\ q = \text{نادرست} & p = \text{درست} \quad \textcircled{\vee} \end{cases}$$

$$1) T \Rightarrow F \quad \times$$

$$2) F \Rightarrow T \quad (\text{رئ با تندی مقدار درست است}) \quad \times$$

$$3) T \Rightarrow T \quad \times$$

$$4) T \Rightarrow F \quad \textcircled{\vee}$$

$$\bar{x}_A = \frac{\sum_{i=1}^r x_i}{r} \Rightarrow 12 = \frac{r(x_1 + x_2 + \dots + x_r) - r.f(0)}{r}$$

$$\rightarrow r \sum_{i=1}^r x_i - 100 = 12r \rightarrow \sum_{i=1}^r x_i = 12$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_B &= \frac{\frac{1}{a}(x_1 + r) + (x_2 + r) + \dots + (x_r + r)}{r} \\ &= \frac{\frac{1}{a}[(x_1 + \dots + x_r) + r.f(r)]}{r} = \frac{\frac{1}{a}(120)}{r} = \frac{r}{r} = 12 \end{aligned}$$

⑬ :  $\bar{x}$  داده داریم  $\sim$  (مقدار) از داده ها که  $\bar{x}$  را برابر می زنند.

$$x_1, x_2, \dots, x_r \rightarrow \begin{cases} x_1 = \bar{x}, x_2 = \bar{x}, x_r = \bar{x} \\ \sigma^2 = 9 \quad (\text{مقدار}) \end{cases}$$

$$9 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_r - \bar{x})^2 + \dots + (x_r - \bar{x})^2}{r}$$

$$\rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_r - \bar{x})^2 = 120$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{120}{r} = 10$$



۱۴ : خط فقر از دورترین میانه باید برابر است. یعنی :

$$\frac{\bar{x}}{r} = \frac{Q_r}{r} \rightarrow \bar{x} = Q_r$$

حال باید میانه و میان را پیدا کنیم :

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}} = \frac{a + 7 + 4 + 1 + 8 + 3 + 6 + 9 + 8}{9} = \frac{a + 46}{9}$$

برای بدست آوردن میانه هم، ۸ داده سوم (سه داده هاب غیر از a) را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم :

۱, ۳, ۴, ۶, ۷, ۸, ۸, ۹

حال ۹ رابین داده ها قرار می دهیم. در این صورت ۲ حالت ممکن است رخ دهد :

۱) اگر  $a < 6$  باشد :

میانه  $(Q_r)$

۱, ۳, ۴,  $\overset{\uparrow}{a}$ , ۷, ۸, ۸, ۹

$$\rightarrow a = 1 \quad \times$$

$$\Rightarrow \frac{a + 46}{9} = 6 \rightarrow a + 46 = 54$$

۲) اگر  $7 \leq a < 9$  باشد :

$Q_r$

۱, ۳, ۴, ۶,  $\overset{\uparrow}{a}$ , ۷, ۸, ۸, ۹

$$\rightarrow 8a = 46 \rightarrow a = 5,75 \quad \times$$

$$\Rightarrow \frac{a + 46}{9} = a \rightarrow a + 46 = 9a$$

۳) اگر  $a > 7$  باشد :

۱, ۳, ۴, ۶, ۷,  $\overset{\uparrow}{a}$ , ۸, ۸, ۹

$$\Rightarrow \frac{a + 46}{9} = 7 \rightarrow a + 46 = 63 \rightarrow a = 17 \quad \checkmark$$

پس خط فقر برابر  $\frac{7}{2} = 3,5$  باشد. این یعنی فقط ۲ نفر از خط فقر هستند.

$$\frac{\overbrace{1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5}^{5!}}{2!} = 120$$

$$\frac{\overbrace{1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6}^{6!}}{2!} \times \frac{1}{2!} = 120 \times 2 = 240$$

$$\frac{\overbrace{1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7}^{7!}}{2!} \times \frac{1}{1!} \times \frac{1}{2!} = 120 \times 2 = 240$$

$$\frac{\overbrace{1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8}^{8!}}{2!} = 2016$$

م و و در کجایه و توانند در یکدیگر در طبقه شوند، نمی توانیم از حرف تکراری استفاده کنیم.  
 سید کجایه خال باشد می ماند که هیچ حرف بدی ندارد و در آن کجایه قرار میگیرد.  
 پ: مقعر

$$120 + 240 + 240 = 600 \quad \checkmark$$

(16) : اصل تعداد درستی در اینجا : اعداد زوج نوشته شده است :

$$n(S) = \{ \underline{12}, \underline{13}, \underline{14}, \underline{23}, \underline{24}, \underline{34}, \underline{21}, \underline{31}, \underline{41}, \underline{22}, \underline{32}, \underline{42}, \underline{33}, \underline{43}, \underline{44} \}$$

$$\underbrace{n(A)}_{\text{تعداد ۴}} = \{ \underline{12}, \underline{24}, \underline{22}, \underline{44} \}$$

$$\underbrace{n(B)}_{\text{تعداد ۶}} = \{ \underline{12}, \underline{24}, \underline{42} \}, \quad n(A \cap B) = \{ \underline{12}, \underline{24} \}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{14} + \frac{6}{14} - \frac{2}{14} = \underline{\underline{\frac{8}{14}}}$$

$$b_1 = -2a_1 \Rightarrow b_1 = -2(-1) \rightarrow \boxed{b_1 = 2}$$

(17)

فرض کنیم  
برابر است :  $\forall b_n - b_r = ?$

بسیار  $b_r, b_n, a_n$  :

$$b_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{r} b_n & \text{زوج } a_{n+1} \\ 2b_n + 1 & \text{زوج } a_{n+1} \end{cases}$$

$$n=1 \rightarrow b_r = \begin{cases} \frac{1}{r} b_1 & \text{زوج } a_r \\ 2b_1 + 1 & \text{زوج } a_r \end{cases} \Rightarrow b_r = 2(2) + 1 = \underline{\underline{5}}$$

$$n=2 \Rightarrow b_r = \begin{cases} \frac{1}{r} b_r & \text{زوج } a_r \\ 2b_r + 1 & \text{زوج } a_r \end{cases} \Rightarrow b_r = \frac{1}{r} (5) = \underline{\underline{\frac{5}{2}}}$$

$$\text{نتیجه} : \forall (a) - 1. = \underline{\underline{2.5}} \quad \checkmark$$

(18) : دیکھو = دیکھو

$$\begin{cases} a_{11} + a_{19} = 144 \\ a_{1d} = ? \end{cases} \rightarrow (a_1 + 1 \cdot d) + (a_1 + 18d) = 144$$

$$\rightarrow 2a_1 + 19d = 144 \xrightarrow{\div 2} a_1 + 19d = 72$$

$$\rightarrow \boxed{a_{1d} = 72} \quad \checkmark$$

(19)

$$\begin{cases} a_{n+1} = r a_n \\ a_7 = -9\sqrt{r} \\ a_7 = +9 \\ a_{1d} = ? \end{cases} \quad \begin{aligned} n=1 &\rightarrow a_7 = r a_1 \\ n=2 &\rightarrow a_7 = r a_7 \rightarrow \frac{a_7}{a_7} = r \rightarrow \frac{-1}{\sqrt{r}} = r \end{aligned}$$

$$\rightarrow \boxed{r = \frac{-1}{\sqrt{r}}} \quad , \quad -9\sqrt{r} = \frac{-1}{\sqrt{r}} \cdot a_1 \rightarrow \frac{a_1}{\sqrt{r}} = 9\sqrt{r}$$

$$\rightarrow \boxed{a_1 = 9r} \quad \rightarrow a_{1d} = r a_1 \rightarrow a_{1d} = r(a_1 - r)$$

$$\rightarrow a_{1d} = 9r \times \frac{-1}{\sqrt{r}} \times \left( \frac{1}{\sqrt{r}} \right) \Rightarrow \boxed{a_{1d} = \frac{-1}{\sqrt{r}}} \quad \checkmark$$

$$\textcircled{6} \rightarrow \frac{-1}{\sqrt{r}} \times \frac{\sqrt{r}}{r} = \boxed{\frac{-\sqrt{r}}{r}} \quad \checkmark$$

$$\frac{x^a x^a \frac{r}{r} x^a r}{a^{\frac{r}{r}} x \left( \frac{a}{r} \right)^r} = r_1^a$$

,  $x = ?$

: (1.)

$$\rightarrow \frac{x^a x^a \frac{1}{r} x^a r^r x^r r^r}{a^{\frac{r}{r}} x \frac{a^r}{r^r}} \Rightarrow \frac{x^a x^a \frac{1}{r} x^a \frac{-r}{r} x^a x^r x^r}{a^r}$$

$$\Rightarrow \frac{x^a x^a x^r}{a^r} = x^a x^a r^a = r_1^a \Rightarrow (\tilde{r}_x) = (r_1)^a$$

$$\rightarrow \tilde{r}_x = r_1 \rightarrow \underline{\underline{x = r}} \quad \text{✓}$$