

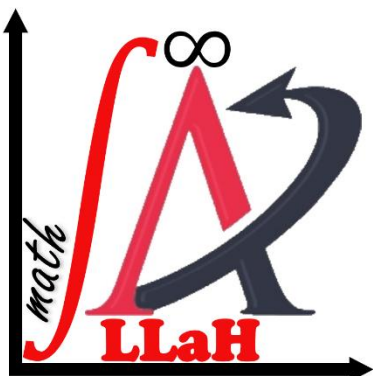
Mathematics

استاد: مهندس میثم فلاح

پاسخ تشریحی و تحلیل ریاضی

کنکور رشته تجربی

اردیبهشت ۱۴۰۴



آموزش ریاضی به سبک نوین با مهندس میثم فلاح

مدرس درصدهای **TOP** ریاضی از سال ۸۸



۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}}+\sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$ - ۲ کدام است؟

$$\sqrt{6} \quad (4) \checkmark$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

$$-\sqrt{6} \quad (2)$$

$$-2\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\left(\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}}+\sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} \right)^2 = \frac{\cancel{1+\sqrt{3}}+\cancel{\sqrt{3}-1}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{3-2} = 2(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 = 2(3+2\sqrt{6}+2) = 2(5+2\sqrt{6}) = 10+4\sqrt{6}$$

$\downarrow -2$
 (56)

۱۱۲- برای چند عدد طبیعی n ، بازه $\left(\frac{3-n}{2}, \frac{n+3}{n}\right)$ شامل فقط یک عدد صحیح است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1) \checkmark$$

$$n \leq 1 \rightarrow (1, 4) \times \quad n \leq 2 \rightarrow \left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right) \times$$

$$n \leq 3 \rightarrow \left(\frac{1}{3}, \frac{6}{3}\right) \times$$

$$n \leq 4 \rightarrow (0, 2) \checkmark$$

۱۱۳- اگر a, b و c سه جمله نخست یک دنباله هندسی بوده و مجموع آنها ۱۸ باشد، مجموع چهار جمله $\frac{1}{4}a + 2b$ ،

$$a + b + c \leq 18$$

$\frac{3}{4}c$ و $-\frac{1}{4}b$ ، کدام است؟

$$27 \quad (4) \checkmark$$

$$24 \quad (3)$$

$$18 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

$$\frac{1}{4}a + 2b + \frac{3}{4}c + a + \left(-\frac{1}{4}b\right) = \frac{5}{4}a + \frac{7}{4}b + \frac{3}{4}c \leq \frac{5}{4}(18) \leq 27$$

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله $(2a+3)x^2 + (4b-5)x + 4c+1 < 0$ به صورت بازه $(a, +\infty)$ است. اگر b عدد طبیعی

باشد، مقدار $\frac{a}{c}$ کدام است؟

$$-2, 4 \quad (4)$$

$$2, 4 \quad (3)$$

$$-1, 2 \quad (2)$$

$$1, 2 \quad (1)$$

$$(4b-5)x + 4c+1 < 0$$

$$\rightarrow -x + 4c+1 < 0$$

$$\rightarrow \frac{a}{c} \leq \frac{5}{4} = \frac{1.25}{1} \leq 1.25$$

$$\frac{a}{c} \leq 1.25$$

$$\frac{5}{4} + 4c+1 \leq 0 \rightarrow 4c \leq -\frac{9}{4} \rightarrow c \leq -\frac{9}{16}$$



۱۱۵- نمودار تابع $y = 3 - \sqrt{2x}$ را ابتدا یک واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را ۵ واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می دهیم. طول نقطه برخورد نمودار تابع جدید با تابع ثابت $f(x) = \frac{y}{2}$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴)

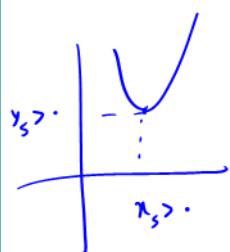
$$3 - \sqrt{2(x+1)} \rightarrow -3 + \sqrt{2x+2} \xrightarrow{+5} 2 + \sqrt{2x+2} = \frac{y}{2} \rightarrow \sqrt{2x+2} = \frac{y}{2} - 2$$

$$\rightarrow 2x+2 = \left(\frac{y}{2} - 2\right)^2 \rightarrow 2x+2 = \frac{y^2}{4} - 2y + 4 \rightarrow 2x = \frac{y^2}{4} - 2y + 2$$

$$\rightarrow 2x+2 = \frac{9}{4} \rightarrow 2x = \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{8}}$$

۱۱۶- به ازای چند مقدار صحیح m ، نقطه مینیمم تابع $y = x^2 - mx + 2 - m$ در ناحیه اول محورهای مختصات قرار دارد؟

۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) صفر (۱)



$x_s \leq \frac{m}{2} > 0 \rightarrow \boxed{m > 0}$

$y_s \leq \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{4} + 2 - m > 0 \rightarrow -\frac{m^2}{4} - m + 2 > 0 \rightarrow m^2 + 4m - 8 < 0$

نشان اعداد صحیح
 $m \leq 1 \rightarrow \checkmark$
 $m \leq 2 \rightarrow \times$

۱۱۷- نمودار تابع g محور x ها را در نقاطی به طول ۱ و $2\sqrt{2}$ قطع می کند. اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ باشد، اختلاف طول نقاطی که نمودار تابع $g \circ f$ محور x ها را قطع می کند، کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۱)

$g(1) \leq 0$ $g(2\sqrt{2}) \leq 0$

$g(f(x)) \leq 0 \rightarrow \begin{cases} f(x) \leq 1 \rightarrow x\sqrt{x} \leq 1 \rightarrow x \leq 1 \\ f(x) \leq 2\sqrt{2} \rightarrow x\sqrt{x} \leq 2\sqrt{2} \rightarrow x \leq 2 \end{cases} \rightarrow \boxed{1} \text{ اختلاف}$

۱۱۸- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 + x - 1 - m^2 = 0$ باشد، کمترین مقدار ممکن برای $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

7 (۴) 5 (۳) 3 (۲) 1 (۱)

$S = -1$ $P = -1 - m^2$

$S^2 - 2P = 1 + 2 + 2m^2 = 2m^2 + 3$



۱۱۹- وارون تابع $y = x^2 + \sqrt{b-ax}$ خط $y = x - 4$ را در نقطه $(a, -1)$ قطع می‌کند. مقدار $a - b$ کدام است؟

$(1) -2$ $(2) -4$ $(3) 2$ $(4) 4$

$f^{-1} \rightarrow f^{-1}(3) = -1 \rightarrow f(-1) = 3 \rightarrow 1 + \sqrt{b+3} = 3 \rightarrow b \leq 1$

$y \leq x - 4$
 $-1 = x - 4 \rightarrow x = 3 \rightarrow a \leq 3$

۱۲۰- تابع $f(x) = \begin{cases} |x+2|+1 & x \leq -2 \\ 5m - mx & x > -2 \end{cases}$ روی \mathbb{R} نزولی است. اگر بازه $[a, b]$ ، حدود مقادیر m باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

$(1) \frac{1}{3}$ $(2) \frac{1}{4}$ $(3) \frac{1}{6}$ $(4) \frac{1}{7}$

$y = 5m + 2m \leq 7m \leq 1 \rightarrow m \leq \frac{1}{7}$

$-m \leq 0 \rightarrow m \geq 0$

$[0, \frac{1}{7}]$

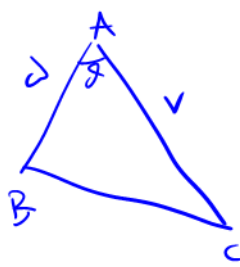
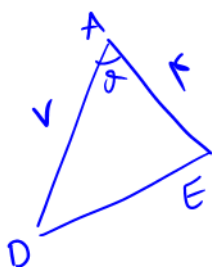
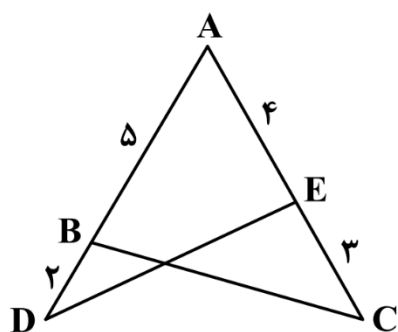
۱۲۱- چندجمله‌ای $f(x) = x^5 - 3x^3 + ax + 5$ بر $x + 2$ بخش پذیر است. مقدار a کدام است؟

$(1) -1,5$ $(2) 1,5$ $(3) -2,5$ $(4) 2,5$

$f(-2) = 0 \rightarrow -32 + 24 - 2a + 5 = 0$

$-3 \leq 2a \rightarrow a \leq -\frac{3}{2}$

۱۲۲- در شکل زیر، اختلاف مساحت مثلث‌های ABC و ADE برابر $1,75$ است. $\tan \hat{A}$ کدام مقدار زیر است؟



$\frac{1}{2} \times 5 \times 4 \times \sin \theta - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin \theta = \frac{7}{4}$

$\frac{1}{2} \times 5 \times 4 \times \sin \theta = \frac{7}{4} \rightarrow \sin \theta = \frac{1}{4} \rightarrow \theta = 3.0^\circ \rightarrow \tan 3.0^\circ \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$

$(1) \frac{1}{\sqrt{2}}$

$(2) \frac{1}{\sqrt{3}}$

$(3) \sqrt{3}$

$(4) \sqrt{2}$



مکمل
 $\frac{11\pi}{12}$
 $\frac{\pi}{12}$
 15°

۱۲۲- حاصل عبارت $\frac{\sin \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12}}{\sin \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{11\pi}{12}}$ کدام است؟

$-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴) ✓

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳)

$-\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

$\frac{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}} \times \frac{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}$

$\frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{1 - 2\sin \alpha \cos \alpha}{- \cos 2\alpha} = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{- \cos^2 \alpha}$

$= \frac{1 - \frac{1}{4}}{-\frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{\frac{3}{4}}{-\frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{-1}{\sqrt{3}}$

۱۲۴- فرم کلی جواب‌های معادله $\cos 2x = \sin(\frac{3\pi - 2x}{2})$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$\frac{k\pi}{3} + \pi$ (۴)

$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$ (۳) ✓

$2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲)

$2k\pi \pm \pi$ (۱)

$\cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x) = -\cos x$

$\cos x = \cos(\pi - x) \rightarrow \begin{cases} 2n \leq 2k\pi + \pi - x \rightarrow x \leq 2k\pi + \pi \\ 2n \leq 2k\pi - \pi + x \rightarrow x \leq 2k\pi - \pi \end{cases}$

۱۲۵- معادله $2^{|x|} = (0.25)^{x^2 - x}$ چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲) ✓

صفر (۱)

$|x| \leq -x^2 + x \rightarrow |x| \leq -x^2 + x \rightarrow x \geq 0 \rightarrow x \leq -x^2 + x \rightarrow -x \leq -x^2 + x \rightarrow -x^2 + 2x \geq 0 \rightarrow x \leq 2$

۱۲۶- میانگین و واریانس چهار عدد a, b, c, d به ترتیب ۳ و ۱.۵ است. واریانس داده‌های a, b, c, d و ۵ کدام است؟

۱.۸۴ (۴) ✓

۱.۶۵ (۳)

۰.۹۴ (۲)

۰.۷۵ (۱)

$\bar{x} = \frac{a+b+c+d}{4} = 3 \rightarrow a+b+c+d = 12$

$\sigma^2 = \frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4} - 9 = 1.5 \rightarrow a^2+b^2+c^2+d^2 = 27$

$\bar{x} = \frac{a+b+c+d+d}{5} = \frac{17}{5} = 3.4$

$\sigma^2 = \frac{a^2+b^2+c^2+d^2+d^2}{5} - (3.4)^2 = \frac{27}{5} - (3.4)^2 = 1.84$



۱۲۷- برای چند عدد طبیعی، ریشه دوم عبارت $\frac{1-a}{9-3a}$ وجود ندارد؟

(۱) ۲ ✓
 (۲) ۳
 (۳) ۴
 (۴) ۵
 (۵) ۱

$\frac{1-a}{9-3a} < 0$
 $\frac{1}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$
 $1 < a \leq 3$
 $a \leq 2$

۱۲۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} [8x^3 - x]$ کدام است؟

(۱) ۱
 (۲) -۱ ✓
 (۳) صفر
 (۴) وجود ندارد.

$[-1 + \frac{1}{8}] \leq [-\frac{1}{8}] \leq -1$

۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -2\pi} \frac{4 + k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x} = +\infty$ باشد، مقدار $[-k]$ کدام است؟

(۱) -۱
 (۲) -۴
 (۳) -۳
 (۴) -۲ ✓

$-2\pi^+ \rightarrow \frac{4+k[-2]}{0^+} = +\infty$
 $-2\pi^- \rightarrow \frac{4+k[-2]}{0^-} = +\infty$
 $k < 2$
 $k > \frac{4}{3}$
 $\frac{4}{3} < k < 2 \rightarrow 1 \sim \rightarrow [-1, -] \leq -2$

۱۳۰- به ازای چند مقدار a ، تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x+a} & x \geq a \\ \frac{a-1}{x-1} & x < a \end{cases}$ پیوسته است؟

(۱) صفر ✓
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

$\frac{3}{2a} = 1 \rightarrow a \leq \frac{3}{2}$
 $\frac{1}{n-1}$
 $n < \frac{3}{2}$



۱۳۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ در بازه $[1, 3]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول

برابر است؟ ($a \neq 0$)

$\sqrt{6}$ (۴) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۲) ✓ $\sqrt{2}$ (۱)

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{(1 - \frac{a}{3}) - (1 - a)}{2} = \frac{-\frac{a}{3} + a}{2} = \frac{\frac{2a}{3}}{2} = \frac{a}{3}$$

$f' = \frac{a}{x^2}$ برابر $\frac{a}{x^2} = \frac{a}{3} \rightarrow x^2 = 3 \rightarrow x = \sqrt{3}$

۱۳۲- نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور x مماس است. مقدار $b - a$ کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)



$f'(x) = 3x^2 + a$ ✓
 $f(2) = 0 \rightarrow 8 + 2a - b = 0$
 $f'(2) = 0 \rightarrow 12 + a = 0 \rightarrow a = -12$
 $b = 14$

$b - a = 26$

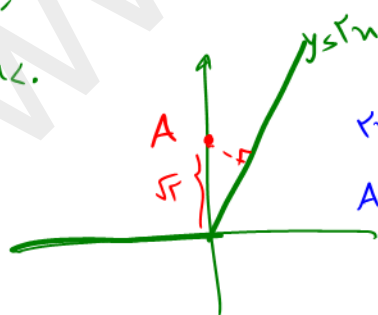
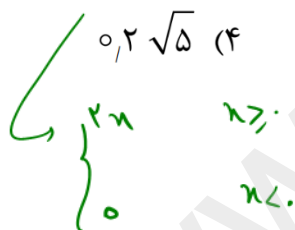
۱۳۳- نقطه A، نقطه برخورد تابع $y = \sqrt{x+2}$ با محور عرض‌ها است. کمترین فاصله نقطه A از منحنی $y = x + |x|$ کدام است؟

۰٫۲ $\sqrt{5}$ (۴)

۰٫۲ $\sqrt{10}$ (۳) ✓

۰٫۱ $\sqrt{5}$ (۲)

۰٫۱ $\sqrt{10}$ (۱)



$A(0, \sqrt{2})$
 $\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x - 0} = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$

۱۳۴- با ارقام ۰، ۲، ۳، ۵، ۷، ۸، ۹ چند عدد سه‌رقمی می‌توان نوشت که هر رقم از رقم قبل از خود (سمت چپ)

کوچک‌تر باشد؟

۳۵ (۴) ✓

۳۱ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)





۱۳۵- در پرتاب ۱ تاس و ۳ سکه، با کدام احتمال تعداد دفعاتی که سکه رو می آید ۳ برابر عدد روی تاس است؟

$\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{1}{48}$ (۳) ✓ $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۱)

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

$\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{1}{48}$ (۳) ✓ $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۱)

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

$\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{1}{48}$ (۳) ✓ $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۱)

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

۱۳۶- احتمال اینکه نیلوفر در درس ریاضی قبول شود $\frac{2}{3}$ احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال

آنکه فقط دوستش در درس ریاضی قبول شود برابر $\frac{3}{8}$ باشد، با کدام احتمال هیچ کدام در درس ریاضی قبول نمی شوند؟

$\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۲) ✓ $\frac{3}{8}$ (۱)

$P(A) \leq \frac{2}{3} P(B)$

$P(B \cap A') = \frac{3}{8}$

$P(B) \times P(A') \leq \frac{3}{8}$

$\frac{2}{3} \times (1 - \frac{2}{3}) \leq \frac{3}{8} \rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \leq \frac{3}{8} \rightarrow \frac{2}{9} \leq \frac{3}{8}$

$\frac{2}{9} - \frac{3}{8} \leq 0 \rightarrow \frac{16}{72} - \frac{27}{72} \leq 0 \rightarrow -\frac{11}{72} \leq 0$

$\frac{2}{9} - \frac{3}{8} \leq 0 \rightarrow \frac{16}{72} - \frac{27}{72} \leq 0 \rightarrow -\frac{11}{72} \leq 0$

$\frac{2}{9} - \frac{3}{8} \leq 0 \rightarrow \frac{16}{72} - \frac{27}{72} \leq 0 \rightarrow -\frac{11}{72} \leq 0$

$\frac{2}{9} - \frac{3}{8} \leq 0 \rightarrow \frac{16}{72} - \frac{27}{72} \leq 0 \rightarrow -\frac{11}{72} \leq 0$

۱۳۷- نقاط M و N روی پاره خط AB قرار دارند. نقطه M پاره خط AB را به نسبت ۱ به ۵ و نقطه N این پاره خط را به نسبت ۳ به ۴ تقسیم می کند. اگر $MN = 22$ و هر دو نقطه به یک سر پاره خط نزدیک تر باشند، مجموع ارقام طول پاره خط AB چقدر است؟

15 (۴) 12 (۳) ✓ 9 (۲) 6 (۱)

$AB \leq 4x \leq 5y \rightarrow x \leq \frac{5}{4}y$

$MN = 3y - x \leq 22 \rightarrow 3y - \frac{5}{4}y \leq 22$

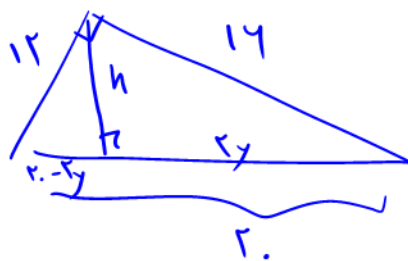
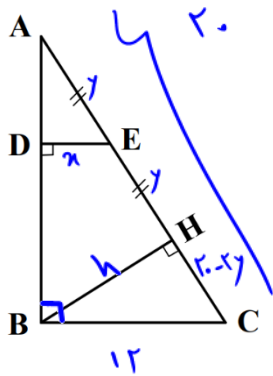
$\frac{7}{4}y \leq 22 \rightarrow y \leq 12$

$AB \leq 5y \leq 5 \times 12 \leq 60$

$12 + 4 \leq 16$



۱۳۸- در شکل زیر، $AB=16$ ، $BC=12$ و زاویه \hat{ABC} قائمه است. طول DE کدام است؟



۳,۸۴ (۱) ✓

۲,۶۴ (۲)

۲,۳۶ (۳)

۱,۹۲ (۴)

$$14^2 = 2y \times 20 \rightarrow y = \frac{14 \times 14}{2 \times 20} = \frac{49}{5}$$

$$12 \times 14 = h \times 20 \rightarrow h = \frac{12 \times 14}{20} = \frac{84}{5}$$

$$\frac{x}{\frac{84}{5}} = \frac{20}{14} \rightarrow x = \frac{\frac{84}{5} \times 20}{14} = \frac{96}{5} = 19.2$$

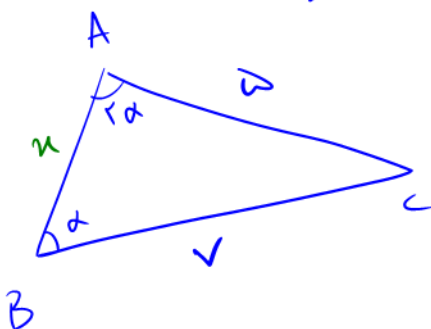
۱۳۹- در مثلث ABC ، اندازه زاویه \hat{A} دو برابر زاویه \hat{B} است. اگر $AC=5$ و $BC=7$ باشد، اندازه ضلع AB کدام است؟

۴,۸ (۴) ✓

۴,۷۵ (۳)

۵,۲۵ (۲)

۵,۲ (۱)



$$\frac{\sin \alpha}{5} = \frac{\sin 2\alpha}{7} \rightarrow \frac{\sin \alpha}{5} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{7} \rightarrow \cos \alpha = \frac{7}{10}$$

$$7^2 = 5^2 + x^2 - 2 \times 5 \times x \times \frac{7}{10} \rightarrow x^2 - \frac{7}{5}x - 24 = 0$$

$$x^2 - \frac{7}{5}x - 24 = 0 \rightarrow x^2 - 4.8x - 24 = 0$$

$$\rightarrow (x-2.4)(x+10) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2.4 \\ x = -10 \end{cases}$$

۱۴۰- خط l در نقطه $(-3, -4)$ بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس است. اگر خط عمود بر l در ناحیه دوم بر این

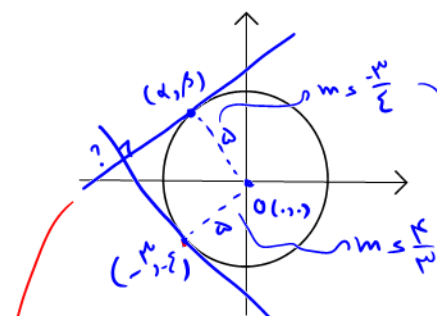
دایره مماس باشد، حاصل ضرب طول و عرض مختصات نقطه برخورد دو خط کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲) ✓

۶ (۱)



$$\alpha^2 + \beta^2 = 25 \rightarrow \alpha^2 + \frac{9}{14} \alpha^2 = 25 \rightarrow \frac{23}{14} \alpha^2 = 25$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{-3}{4} \rightarrow \beta = -\frac{3}{4} \alpha$$

$$\alpha = -4$$

$$\beta = 3$$

$$L: y = -\frac{3}{4}x - \frac{15}{4}$$

$$L': y = \frac{4}{3}x + \frac{15}{3}$$

$$\begin{cases} x = -7 \\ y = -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب}} \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$