

۱- اگر  $x+1$ ،  $x-1$ ،  $2x+1$  و  $x$  به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب

مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

$$a_f, a_d, a_v, a_n$$

$$-2 \text{ (۴)}$$

$$2 \text{ (۳)}$$

$$-1 \text{ (۲)}$$

$$1 \text{ (۱)}$$

$$a_n$$

$$a_v$$

$$a_d$$

$$a_e$$

$$a_y^2 = a_d \times a_v$$

$$\Rightarrow a_d a_v = a_e \times a_n$$

$$a_y^2 = a_f \times a_n$$

دکتر سجاد داوطلب

$$2x^2 - x - 1 = x^2 + x$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$r = \frac{a_d}{a_e} = \frac{x-1}{x+1} \Big|_{x=1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$$

$$r = \frac{a_d}{a_e} = \frac{x-1}{x+1} \Big|_{x=1-\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$$

$$\xrightarrow{x} \left[ \frac{-2}{2} = -1 \right]$$

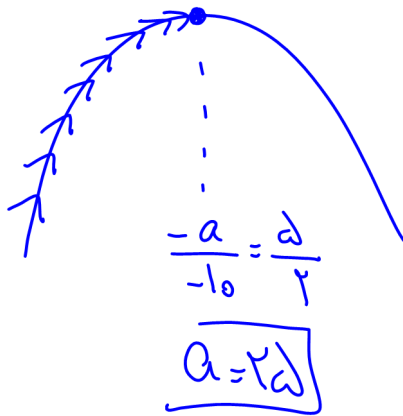
۳- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع  $y = -5x^2 + ax - 8$  در آن اکیداً صعودی است، بازه  $(-\infty, 2/5]$  باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

۲۴/۷۵ (۴)

۲۳/۲۵ (۳) ✓

۱۴/۲۵ (۲)

۱۳/۷۵ (۱)



$$y_s = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(25 - 4(-20)(-1))}{4 \cdot 20} = \frac{420 - 140}{20}$$

$$= 23, 25$$

www-kanoon-ir

۴- اگر  $r(x)$  باقیمانده تقسیم  $2 - x^{14}$  بر  $x^2 + x + 1$  باشد، مجموع ضرایب چندجمله‌ای  $r(x)$  کدام است؟ ( $x \neq 1$ )

۴ (۴)

-۲ (۳)

-۱ (۲)

صفر (۱)

$$2 - x^{14} = (x^2 + x + 1)Q(x) + R(x)$$

$x(x-1)$

$$(x-1)(2 - x^{14}) = (x^3 - 1)Q(x) + (x-1)R(x)$$

$$x^3 - 1 = 0$$

$$x^3 = 1$$

$$x = 1$$

$$x = 1$$

$$(x-1)(2 - x^{14}) = 0 + (x-1)R(x)$$

$$R(x) = 2 - x^{14} = 2 - (-x-1) = x + 3$$

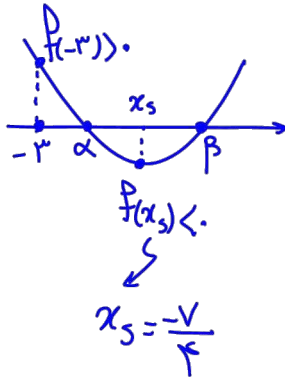
-۵ برای چند مقدار صحیح  $m$ ، هر دو ریشه معادله  $2x^2 + 7x + m = 0$  بزرگ‌تر از  $-3$  است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۳ ✓

(۱) ۴



$$f(-3) > 0 \rightarrow 18 - 21 + m > 0 \rightarrow m > 3 \quad (1)$$

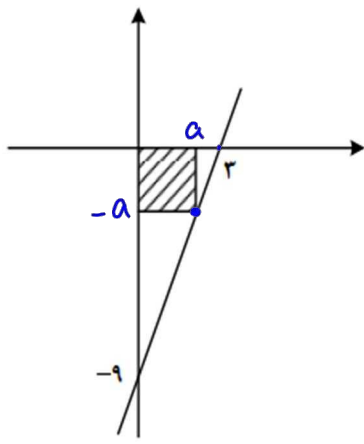
$$f\left(-\frac{7}{4}\right) < 0 \rightarrow x\left(\frac{49}{16}\right) + \left(-\frac{49}{4}\right) + m < 0$$

$$-\frac{49}{16} + m < 0 \rightarrow m < \frac{49}{16} \quad (2)$$

دکتر سجاد داوطلب

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} 3 < m < \frac{49}{16} \rightarrow 4, 5, 6$$

۶- در شکل زیر، قطر مربع هاشور خورده، کدام است؟



$$y = 3x - 9$$

$$-a = 3a - 9$$

$$-4a = -9$$

$$a = \frac{9}{4} \quad \text{سَـمَـع}$$

$$2,5\sqrt{2} \quad (1)$$

$$3,5\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\frac{9}{2\sqrt{2}} \quad (3)$$

$$\frac{9}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

$$\text{قطر مربع} = \text{سَـمَـع} \times \sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{4} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

www-kanoon-ir

۷- در یک مستطیل، نقاط  $A(5, 2)$  و  $C(4, -1)$  دو رأس غیرمجاور و دو رأس  $B$  و  $D$  روی خط  $x - 3y = 3$  واقع اند.

اختلاف طول نقاط  $B$  و  $D$  کدام است؟

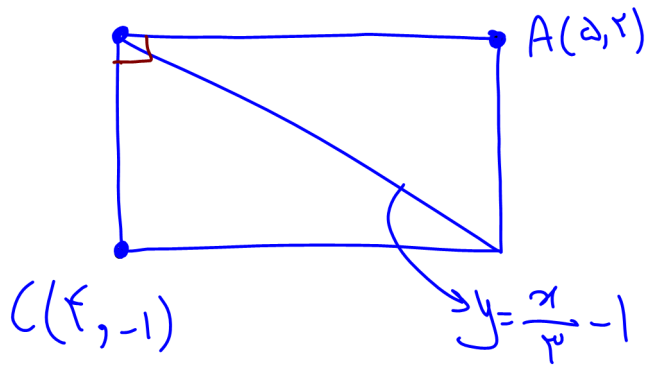
۴)  $1/5$

۳) ۱

۲)  $3/5$

۱) ۳

$$B(x, \frac{x-3}{3})$$



$$m_{AB} = \frac{\frac{x-3}{3} - 2}{x - 5} = \frac{x-3-6}{3x-15} = \frac{x-9}{3x-15}$$

$$m_{BC} = \frac{\frac{x-3}{3} + 1}{x - 4} = \frac{x}{3x-12}$$

معمولاً  $\Rightarrow$

$$\frac{x-9}{3(x-5)} = \frac{3(x-4)}{-x} \Rightarrow -x^2 + 9x = 9(x^2 - 9x + 20)$$

$$10x^2 - 90x + 180 = 0$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-6) = 0 \quad \begin{matrix} x=3 \\ x=6 \end{matrix}$$

ضابطه تابع قطعه‌ای  $f$  به صورت  $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$  است، برای چند مقدار  $a$   $f(1 - |a|) = f(2 + |a|)$  است؟ -۸

۱ (۴)

۲ (۳) ✓

۳ (۲)

۴ (۱)

$$a = 0 \rightarrow f(1) = f(2) \Rightarrow -7 \neq 4 - 2 - 7 \Rightarrow -7 \neq -5$$

$$a \neq 0 \rightarrow 2(1 - |a|) - 1 = (2 + |a|)^2 - (2 + |a|) - 7$$

$$2 - 2|a| - 1 = 4 + 4|a| + |a|^2 - 2 - |a| - 7$$

$$|a|^2 + 2|a| - 4 = 0 \quad / \quad |a| = 1 \rightarrow a = \pm 1$$

$$|a| = -4 \quad \times$$

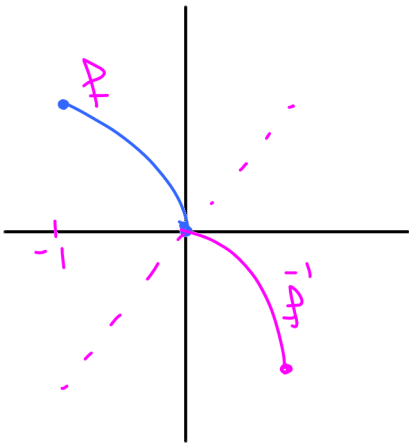
۹- نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1+x}}$  در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می کند؟

۱ (✓)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)



$$D_f = 1+x \geq 0$$

$$x \geq -1$$

$$\therefore 1 - \sqrt{1+x} \geq 0 \rightarrow \sqrt{1+x} \leq 1$$

$$x \leq 0$$

$$\Rightarrow D_f = [-1, 0]$$



۱۰- اگر  $\log(2-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 3$  باشد، مقدار  $\log_{\sqrt{2}}(-x)$  کدام است؟

$-\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{4}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲) ✓

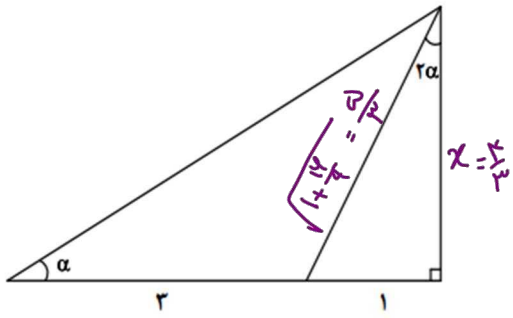
$-\frac{1}{2}$  (۱)

$$\log(2-x) + 2 \log(2-x) = 3$$
$$\log(2-x) = 1 \rightarrow x = -1$$

$$\log_{\sqrt{2}} 1 = y$$

www-kanoon-ir

۱۱- در شکل زیر، مقدار  $\cos 2\alpha$  کدام است؟



$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2 \left( \frac{x}{4} \right)}{1 - \left( \frac{x}{4} \right)^2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{\frac{x}{2}}{1 - \frac{x^2}{16}} \rightarrow 1 - \frac{x^2}{16} = \frac{x^2}{2} \rightarrow 1 = \frac{9x^2}{16}$$

$$x^2 = \frac{16}{9} \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{4}{5} \quad (4) \checkmark$$

۱۲- اگر  $3 \sin^2 x + a \cos^2 x = 4$  باشد،  $\cot^2 x$  با کدام مورد برابر است؟

$$\frac{1}{3-a} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{a-3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{4-a} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{a-4} \quad (۱) \quad \checkmark$$

$$3(1 - \cos^2 x) + a \cos^2 x = 4$$

دکتر سجاد داوطلب

$$(a-3) \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{a-3} \quad \& \quad \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{a-3} = \frac{a-4}{a-3}$$

$$\cot^2 x = \frac{\frac{1}{a-3}}{\frac{a-4}{a-3}} = \frac{1}{a-4}$$



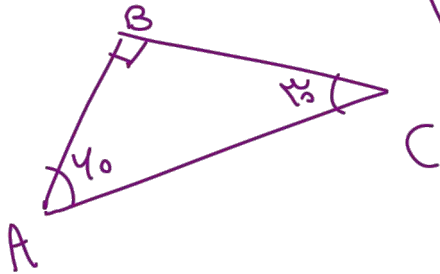
۱۳- در مثلث  $ABC$ ، اگر  $\tan(B-C) = \sqrt{3}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{1-2\cos(B+C)}{4\sin B \cos C}$  کدام است؟

$$\tan C = \frac{4}{3}$$

$$\tan B = \infty$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$-1$$



$$\tan(B-C) = \sqrt{3}$$

$$\frac{1-2\cos 120^\circ}{4\sin 90^\circ \cos 30^\circ} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

www-kanoon-ir

۱۴- تعداد جواب‌های معادله  $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$  در بازه  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳) ✓

۲ (۲)

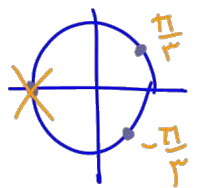
۱ (۱)

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = -\cos(x + \frac{\pi}{4})$$

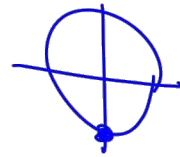
دکتر سجاد داوطلب

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(\pi - x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{3\pi}{4} - x) \rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} - x \\ 2x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} + x \end{cases}$$



$$x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$



۱۵- اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$  باشد، مقدار  $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$  کدام است؟

$-\frac{1}{4}$  (۴)

$-\frac{1}{2}$  (۳)

$-4$  (۲) ✓

$-2$  (۱)

باید منفی شود

$\Rightarrow a+1=0 \rightarrow a=-1$

$-b-c=4$

Hop  $\rightarrow \frac{0 + \frac{b(c(x+1)) + c(b(x+1))}{2\sqrt{(bx+1)(cx+1)}}}{1} = 2 \Rightarrow \frac{b+c}{2} = 2 \rightarrow b+c=4$

$x=0$

www-kanoon.ir

۱۶- برای چند مقدار  $a$  تابع  $f(x) = \frac{3x^2 - 8x - 3}{ax^2 + (1-a)x + a + 1}$  یک مجانب قائم دارد؟

۷ (۴)

۵ (۳) ✓

۴ (۲)

۲ (۱)

①  $a = 0$  ✓

②  $\Delta = 0 \rightarrow a^2 - 2a + 1 - 4(a^2 + a) = 0 \rightarrow a = \frac{-3 \pm 2\sqrt{3}}{3}$

③  $\left\{ \begin{array}{l} x=3 \rightarrow 9a + (1-a)x^2 + a + 1 = 0 \rightarrow 9a - 3a + a = -4 \rightarrow a = \frac{-4}{7} \\ x=\frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{9}a + (1-a)x^2 + a + 1 = 0 \rightarrow a = \frac{-4}{13} \end{array} \right.$

رشته مورد

۱۷- به ازای مقادیر طبیعی  $c$ ، تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$  روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام

$\sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$

می تواند مقدار  $\left[\frac{a}{b}\right]$  باشد؟

$-4$  (۴)       $-3$  (۳)       $-2$  (۲)       $-1$  (✓)

$\boxed{x=c}$

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) \Rightarrow |c-1| = ac^2 + bc + 2$

$\boxed{x=-c}$   $\rightarrow |c+1| = ac^2 - bc + 2$   $\ominus \rightarrow -2 = 2bc \rightarrow bc = -1$

$\boxed{b = \frac{-1}{c}}$

$\oplus \rightarrow x=c = ac^2 + bc + 2$

$c = ac^2 + 2$

$a = \frac{c-2}{c^2} \rightarrow \left[\frac{a}{b}\right] = \left[\frac{c-2}{-1}\right] = \left[\frac{2-c}{1}\right] = \left[\frac{2}{1} - 1\right]$

$\text{در } 0, -1$



اگر  $-1 \leq f(x) = \frac{1 + \cos^2 x}{1 - \cos^2 x}$  و  $g(x) = \frac{2}{1 - \cos x}$  باشد، حاصل عبارت  $f'(\frac{\sqrt{\pi}}{4}) - 2g'(\frac{\sqrt{\pi}}{4})$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2) \checkmark$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx} f(x) = \frac{(1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)}{(1 + \cos x)(1 - \cos x)} =$$

$$f - 2g = \frac{\cos^2 x - 1 \cos x + 1}{1 - \cos x} - \frac{2}{1 - \cos x} = \frac{\cos^2 x - \cos x - 1}{1 - \cos x}$$

$$\frac{d}{dx} f(\frac{\sqrt{\pi}}{4}) - 2g'(\frac{\sqrt{\pi}}{4}) = \sin x$$

$$\frac{d}{dx} f(x) = \frac{\cos^2 x - 1 \cos x + 1}{1 - \cos x}$$

$$= \sin(\frac{\sqrt{\pi}}{4}) = \frac{1}{2}$$

www-kanoon-ir

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح  $m$  تابع  $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases}$  دارای نقطه گوشه‌ای است؟

۱ (✓)

۲ (۳)

۲ بیش از ۲

۱) صفر

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ m(x-a)^{m-1} & x \geq a \end{cases}$$

$$m=1$$

$$m>1$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(a) = 0 \\ f'_+(a) = \begin{cases} 0 & m \geq 2 \\ 1 & m=1 \end{cases} \end{array} \right\}$$

دکتر سجاد داوطلب

www-kanoon-ir

۲۰- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$  را در نظر بگیرید. اگر  $m$  و  $n$  به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و

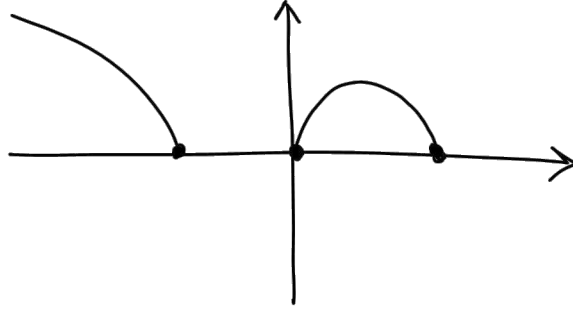
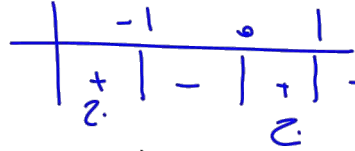
$k$  تعداد نقاط بحرانی تابع  $f$  باشند، مقدار  $m+n+k$  کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲) ✓


۶ (۱)




$$m+n+k = 1+0+4=5$$

$$\begin{cases} x \geq 0 : \sqrt{x(1-x)} \\ x < 0 : \sqrt{x(1+x)} \end{cases}$$

دکتر سجاد داوطلب

 davtalab\_math\_dmt

 davtalab\_math\_dmt